Небесные координаты и время

Преподаватель: Сорокина Василиса Ивановна

Задачи

Задача 1. Если первое января — понедельник, то каким днём недели закончится простой и високосный год?

Задача 2. С 1079 года по середину XIX века в Иране использовался солнечный календарь, разработанный Омаром Хайямом. В этом календаре обычный год состоял из 365 дней, а високосный — из 366, причём из каждых 33 лет 8 было високосных (3-й, 7-й, 11-й, 15-й, 20-й, 24-й, 28-й, 32-й). Сравните этот календарь с юлианским и григорианским. Какой из них более точный? Продолжительность тропического года составляет 365,24219 суток.

Задача 3. Юлианский календарь: каждый 4-й год високосный. Григорианский календарь: каждые 4 года високосные, но кратные 100 — не високосные, но кратные 400 — високосные. Посчитать среднюю длительность года и ошибку от тропического года.

Задача 4. 1 сентября 2018 года наступило в субботу. В каком следующем году 1 сентября снова наступит в субботу?

Задача 5. Сколько дней будет в феврале 2100 года?

Задача 6. В Москве 19:00. Какое время в Сан-Паулу? Часовые пояса: Москва UTC+3, Сан-Паулу UTC-3. Долгота: Москва $37°36'15''$ в.д., Сан-Паулу $46°37'0''$ з.д.

Задача 7. Самолёт-перехватчик МиГ-31 может развивать скорость 3000 км/ч. Самолёт вылетел из Хабаровска в Москву 1 сентября в 2 часа 30 минут по местному времени. Какое время должен выставить пилот на своих часах по прибытии в Москву? Расстояние между Москвой и Хабаровском примите равным 6150 км.

Задача 8. Время захода Солнца в Москве (широта $+56°$, долгота $+38°$) 19 ч 30 мин. Какое время показывают часы в Москве, когда Солнце заходит в Екатеринбурге (широта $+56°$, долгота $+61°$)?

Задача 9. В 22 часа московского времени звёздные часы показали $8^h56^m03^s$. Что покажут звёздные часы в 22 часа по московскому времени на следующий день?

Задача 10. (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) В 2016 году согласно астрономическим календарям днём весеннего равноденствия был день 20 марта. Однако 12-часовая продолжительность светового дня была зафиксирована 17 марта, а 20 марта Солнце было видно в течение 12 часов 15 минут. Разъясните все причины такого разногласия.

Задача 11. Как называются точки пересечения небесного экватора с математическим горизонтом?

Задача 12. Почему высота Солнца над горизонтом меняется в течение года?

Задача 13. Может ли небесный экватор совпадать с линией математического горизонта? Ответ поясните.

Задача 14. Как называются точки пересечения альмукантарата с математическим горизонтом?

Задача 15. Найти высоту звезды, склонение которой $\delta = +48°$, в верхней и нижней кульминации в г. Елец (52° с.ш.).

Задача 16. Путник наклонился над колодцем и увидел в воде отражение Капеллы ($\alpha = 5^h13^m$, $\delta = +45°57'$). На какой географической широте находился путник, чему было равно звёздное время?

Задача 17. Мурманск расположен на широте 69°, Елец — 52° с.ш. Верхняя кульминация некоторой звезды происходит в этих городах на одинаковой высоте. Определите эту высоту и склонение звезды.

Задача 18. Какова минимальная и максимальная высота Солнца в Сыктывкаре (широта Сыктывкара $61°40'$)

Задача 19. На какой высоте в Вологде (широта Вологды = 59°) происходит верхняя кульминация звезды Антарес (склонение Антареса $\delta = -26°$)?

Задача 20. (Всеросс, РЭ, 2022, 9) В некотором пункте на экваторе Земли далёкая звезда 1 с прямым восхождением 02^h00^m взошла над горизонтом в 01^h00^m по местному времени. В какое местное время в этом пункте в этот день зайдёт за горизонт далёкая звезда 2 с прямым восхождением 08^h00^m? Атмосферной рефракцией пренебречь.

Задача 21. (Всеросс, МЭ, 2009, 9–11) В какой день года проводились наблюдения, если полуденная высота Солнца в Красноярске (широта = 56° с.ш.) оказалась равной 10 градусов 34 минуты?

Задача 22. (Всеросс, МЭ, 2010, 9) Один путешественник утверждал, что в одном из путешествий видел Сириус в зените. Может ли такое быть на самом деле и где? (Склонение Сириуса составляет $-16°42'$).

Задача 23. (Всеросс, РЭ, 2024, 9) Звезда Вега ($\alpha = 18{,}5^h$, $\delta = +39°$) в некотором пункте в некоторый момент времени проходит кульминацию, при этом она оказывается на 10° выше, чем звезда Канопус ($\alpha = 6{,}5^h$, $\delta = -53°$), обе звезды расположены над горизонтом. Определите широту точки наблюдения. Рефракцию света не учитывать.

Задача 24. (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) Какие светила, кроме Луны, можно наблюдать с поверхности Земли в виде серпа и в каких случаях? (Серпом считаем диск, освещённый менее чем наполовину).

Задача 25. (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) Годичный параллакс звезды α Центавра равен $0,8$”, а горизонтальный параллакс Солнца — $8,8$”. Вычислите, во сколько раз звезда дальше Солнца.

Задача 26. Расстояние между двумя астрономами... Одновременно наблюдая Луну, они определили её параллакс $p = 9{,}0'$. Вычислите расстояние до Луны, приняв, что линия, соединяющая астрономов, перпендикулярна направлению на Луну.

Задача 27. Почему Луна всегда повёрнута к Земле одной стороной? А как Земля выглядит с Луны? Можно ли со стороны Солнца наблюдать всю Луну?

Решения

Задача 1. **Условие.** Если первое января — понедельник, то каким днём недели закончится простой и високосный год?

Решение.

1. В простом году 365 суток:
$$365 = 52 \times 7 + 1.$$
Полные 52 недели содержат 364 дня. Если 1 января — понедельник (1-й день года), то 364-й день приходится на воскресенье, а 365-й день (31 декабря) — снова на понедельник. Простой год всегда оканчивается тем же днём недели, с которого начался.

2. В високосном году 366 суток:
$$366 = 52 \times 7 + 2.$$
366-й день смещается ещё на один день вперёд, следовательно, 31 декабря високосного года будет вторником.

Ответ: простой год закончится в понедельник, високосный — во вторник.

Задача 2. **Условие.** С 1079 года по середину XIX века в Иране использовался солнечный календарь, разработанный Омаром Хайямом. В этом календаре обычный год состоял из 365 дней, а високосный — из 366, причём из каждых 33 лет 8 было високосных. Сравните этот календарь с юлианским и григорианским. Какой из них более точный? Продолжительность тропического года составляет 365,24219 суток.

Решение. Рассчитаем среднюю продолжительность календарного года для каждой системы.

1. **Календарь Омара Хайяма.** В 33-летнем цикле содержится 25 простых и 8 високосных лет:
$$T_{\text{Хайям}} = \frac{25 \times 365 + 8 \times 366}{33} = 365 + \frac{8}{33} \approx 365{,}242424 \text{ суток}.$$
Ошибка относительно тропического года ($T_0 = 365{,}24219$ сут):
$$|\Delta T_{\text{Хайям}}| = 365{,}242424 - 365{,}24219 = 0{,}000234 \text{ сут/год}.$$
Ошибка в одни сутки накопится за: $\dfrac{1}{0{,}000234} \approx 4274$ года.

2. **Юлианский календарь.** Високосный каждый 4-й год ($T_{\text{Юл}} = 365{,}25$ сут).
$$|\Delta T_{\text{Юл}}| = 365{,}25 - 365{,}24219 = 0{,}00781 \text{ сут/год}.$$
Ошибка в одни сутки накапливается всего за: $\dfrac{1}{0{,}00781} \approx 128$ лет.

3. **Григорианский календарь.** 97 високосных лет на 400 лет ($T_{\text{Триг}} = 365 + \dfrac{97}{400} = 365{,}2425$ сут).
$$|\Delta T_{\text{Триг}}| = 365{,}2425 - 365{,}24219 = 0{,}000310 \text{ сут/год}.$$
Ошибка в одни сутки накапливается за: $\dfrac{1}{0{,}000310} \approx 3226$ лет.

Сравнение ошибок:
$$|\Delta T_{\text{Хайям}}| = 0{,}000234 < |\Delta T_{\text{Триг}}| = 0{,}000310 \ll |\Delta T_{\text{Юл}}| = 0{,}007810.$$

Ответ: календарь Омара Хайяма точнее и юлианского, и григорианского.

Задача 3. **Условие.** Юлианский календарь: каждый 4-й год високосный. Григорианский календарь: каждые 4 года високосные, но кратные 100 — не високосные, но кратные 400 — високосные. Посчитать среднюю длительность года и ошибку от тропического года.

Решение. Принимаем длительность тропического года $T_0 = 365{,}24219$ суток.

1. **Юлианский календарь:**

$$T_{\text{Юл}} = 365 + \frac{1}{4} = 365{,}25000 \text{ суток.}$$

Ошибка за год:

$$\Delta T = 365{,}25 - 365{,}24219 = +0{,}00781 \text{ суток/год} \approx 11 \text{ минут } 15 \text{ секунд в год.}$$

2. **Григорианский календарь.** В 400-летнем цикле ровно $100-4+1 = 97$ високосных лет:

$$T_{\text{Григ}} = 365 + \frac{97}{400} = 365{,}24250 \text{ суток.}$$

Ошибка за год:

$$\Delta T = 365{,}24250 - 365{,}24219 = +0{,}00031 \text{ суток/год} \approx 26{,}8 \text{ секунды в год.}$$

Ответ: юлианский: 365,25 сут, ошибка +0,00781 сут/год; григорианский: 365,2425 сут, ошибка +0,00031 сут/год.

Задача 4. **Условие.** 1 сентября 2018 года наступило в субботу. В каком следующем году 1 сентября снова наступит в субботу?

Решение. Сдвиг дня недели за один простой год составляет +1 день ($365 \equiv 1 \pmod 7$), а за високосный +2 дня ($366 \equiv 2 \pmod 7$). Поскольку 1 сентября расположено позже февраля, дополнительный високосный день 29 февраля добавляется в том же високосном году. Проследим день недели 1 сентября по годам:

- 2018 — Суббота (исходная точка);
- 2019 (+1): Воскресенье;
- 2020 (+2, високосный): Вторник;
- 2021 (+1): Среда;
- 2022 (+1): Четверг;
- 2023 (+1): Пятница;
- 2024 (+2, високосный): Воскресенье (суббота «перескочила»);
- 2025 (+1): Понедельник;
- 2026 (+1): Вторник;
- 2027 (+1): Среда;
- 2028 (+2, високосный): Пятница;
- 2029 (+1): Суббота.

Суммарный сдвиг к 2029 году: $1+2+1+1+1+2+1+1+1+2+2+1 = 14 \equiv 0 \pmod 7$.

Ответ: в 2029 году.

Задача 5. **Условие.** Сколько дней будет в феврале 2100 года?

Решение. По правилу григорианского календаря год является високосным, если его номер кратен 4, за исключением годов, кратных 100, которые являются високосными только тогда, когда кратны 400. Число 2100 делится на 100, но не делится на 400 (2100/400 = 5,25). Следовательно, 2100 год является простым (невисокосным).

Ответ: 28 дней.

Задача 6. **Условие.** В Москве 19:00. Какое время в Сан-Паулу? Часовые пояса: Москва UTC+3, Сан-Паулу UTC-3. Долгота: Москва 37°36′15” в.д., Сан-Паулу 46°37′0” з.д.

Решение.

1. **Официальное поясное время.** Разница между часовыми поясами составляет:

$$\Delta T_{\text{пояс}} = (+3) - (-3) = 6 \text{ часов}.$$

   Время в Сан-Паулу: 19:00 − 6 = 13:00.

2. **Местное солнечное время.** Разность географических долгот:

$$\Delta\lambda = 37°36'15'' - (-46°37'00'') = 84°13'15''.$$

$$\begin{aligned} 84° \times 4^m &= 336^m = 5^h 36^m, \\ 13' \times 4^s &= 52^s, \\ 15'' \times \frac{1}{15} &= 1^s, \\ \Delta t_{\text{местн}} &= 5^h 36^m 53^s. \end{aligned}$$

   Местное солнечное время в Сан-Паулу: $19^h 00^m 00^s - 5^h 36^m 53^s = 13^h 23^m 07^s$.

Ответ: поясное время — 13:00; местное солнечное время — 13 ч 23 мин 07 с.

Задача 7. **Условие.** Самолёт-перехватчик МиГ-31 может развивать скорость 3000 км/ч. Самолёт вылетел из Хабаровска в Москву 1 сентября в 2 часа 30 минут по местному времени. Какое время должен выставить пилот на своих часах по прибытии в Москву? Расстояние между Москвой и Хабаровском примите равным 6150 км.

Решение.

1. Время полёта:

$$t_{\text{пол}} = \frac{S}{v} = \frac{6150 \text{ км}}{3000 \text{ км/ч}} = 2{,}05 \text{ ч} = 2 \text{ ч } 03 \text{ мин}.$$

2. Местное время в Хабаровске на момент приземления:

$$2{:}30 + 2{:}03 = 4{:}33 \text{ (1 сентября)}.$$

3. Хабаровск расположен в часовой зоне UTC+10, а Москва — UTC+3. Разница во времени:

$$\Delta T = 10 - 3 = 7 \text{ часов (в Москве на 7 часов меньше)}.$$

4. Московское время прибытия:

$$4{:}33 - 7 \text{ ч} = -2 \text{ ч } 27 \text{ мин} \implies 21{:}33 \text{ предыдущих суток (31 августа)}.$$

Ответ: пилот должен выставить на часах 21 час 33 минуты (31 августа).

Задача 8. **Условие.** Время захода Солнца в Москве (широта $+56°$, долгота $+38°$) 19 ч 30 мин. Какое время показывают часы в Москве, когда Солнце заходит в Екатеринбурге (широта $+56°$, долгота $+61°$)?

Решение. Оба города расположены на одной географической параллели ($\varphi = +56°$). В силу симметрии суточного движения небесной сферы на одинаковой широте заход Солнца в один и тот же календарный день происходит при одинаковом местном солнечном времени. Разность географических долгот:

$$\Delta\lambda = 61° - 38° = 23°.$$

Земля вращается с запада на восток на $1°$ за 4 минуты. Екатеринбург лежит восточнее Москвы, следовательно, все астрономические явления (восход, полдень, заход) там происходят раньше по физическому времени на:

$$\Delta t = 23° \times 4 \text{ мин/град} = 92 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 32 \text{ мин}.$$

Когда Солнце заходит в Екатеринбурге, в Москве до захода Солнца остаётся ещё 1 час 32 минуты. По московским часам в этот момент:

$$19 \text{ ч } 30 \text{ мин} - 1 \text{ ч } 32 \text{ мин} = 17 \text{ ч } 58 \text{ мин}.$$

Ответ: часы в Москве показывают 17 часов 58 минут.

Задача 9. **Условие.** В 22 часа московского времени звёздные часы показали $8^h56^m03^s$. Что покажут звёздные часы в 22 часа по московскому времени на следующий день?

Решение. Интервал между двумя измерениями составляет ровно 24 часа среднего солнечного времени. Звёздные сутки короче средних солнечных примерно на 3^m56^s:

$$24^h \text{ солнечного времени} = 24^h03^m56{,}56^s \text{ звёздного времени}.$$

Следовательно, показания звёздных часов увеличатся на $24^h03^m56{,}6^s$, что при суточном периоде циферблата эквивалентно смещению вперёд на $3^m56{,}6^s$:

$$s_2 = 8^h56^m03^s + 3^m56{,}6^s = 8^h59^m59{,}6^s \approx 9^h00^m00^s.$$

Ответ: $8^h59^m59{,}6^s$ (практически ровно $9^h00^m00^s$).

Задача 10. **Условие.** (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) В 2016 году согласно астрономическим календарям днём весеннего равноденствия был день 20 марта. Однако 12-часовая продолжительность светового дня была зафиксирована 17 марта, а 20 марта Солнце было видно в течение 12 часов 15 минут. Разъясните все причины такого разногласия.

Решение. Равноденствие определяется в астрономии как момент пересечения центром диска Солнца небесного экватора ($\delta_\odot = 0°$). При отсутствии атмосферы и точечном Солнце длительность дня составляла бы ровно 12 часов. Разногласие в наблюдениях обусловлено тремя факторами:

1. **Атмосферная рефракция:** искривление световых лучей в атмосфере Земли визуально приподнимает светила над истинным горизонтом. У самого горизонта рефракция составляет около $\rho \approx 35'$ ($0{,}58°$). Из-за этого мы видим восход до реального выхода светила из-за горизонта, а заход — после.

2. **Конечный угловой размер Солнца:** астрономическим восходом считается появление верхнего края диска Солнца, а заходом — полное исчезновение его верхнего края. Угловой полудиаметр Солнца составляет $R_\odot \approx 16'$. Центр диска в момент появления верхнего края находится на $16'$ ниже истинного горизонта.

В сумме в момент видимого восхода и захода геометрический центр Солнца расположен ниже плоскости математического горизонта на:

$$z_0 = 35' + 16' = 51' \approx 0{,}85^\circ.$$

Это удлиняет видимый день на умеренных широтах на 10–15 минут. Поэтому равенство светового дня и ночи (12 часов) наступает за несколько суток до астрономического весеннего равноденствия (17 марта).

Ответ: причина — атмосферная рефракция и конечный угловой размер Солнца; они удлиняют видимый день на 10–15 минут.

Задача 11. **Условие.** Как называются точки пересечения небесного экватора с математическим горизонтом?

Решение. Небесный экватор пересекает математический горизонт в двух точках: точке востока (E) и точке запада (W). В этих точках любое светило, находящееся на небесном экваторе, восходит и заходит соответственно.

Ответ: точка востока (E) и точка запада (W).

Задача 12. **Условие.** Почему высота Солнца над горизонтом меняется в течение года?

Решение. Ось собственного вращения Земли наклонена к плоскости её орбиты (эклиптике) под углом $\approx 66{,}5^\circ$ (угол между плоскостями небесного экватора и эклиптики составляет $\varepsilon \approx 23{,}5^\circ$) и сохраняет своё направление в пространстве постоянным при движении вокруг Солнца. Вследствие этого в течение года склонение Солнца изменяется от $-23{,}5^\circ$ (зимнее солнцестояние) до $+23{,}5^\circ$ (летнее солнцестояние). Полуденная высота определяется формулой:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta_\odot.$$

Изменение склонения $\delta_\odot$ в пределах 47° приводит к соответствующему изменению высоты полуденного Солнца.

Ответ: из-за наклона оси вращения Земли и связанного с ним изменения склонения Солнца в течение года.

Задача 13. **Условие.** Может ли небесный экватор совпадать с линией математического горизонта? Ответ поясните.

Решение. Да, может. Высота полюса мира над горизонтом равна абсолютной величине географической широты места наблюдения ($h_P = |\varphi|$). На географических полюсах Земли (Северном и Южном, $\varphi = \pm 90^\circ$) полюс мира проецируется строго в зенит ($h_P = 90^\circ$). Плоскость небесного экватора, будучи перпендикулярной оси мира, точно совпадает с плоскостью математического горизонта.

Ответ: да, на географических полюсах Земли.

Задача 14. **Условие.** Как называются точки пересечения альмукантарата с математическим горизонтом?

Решение. Альмукантарат — это малый круг небесной сферы, все точки которого имеют одинаковую высоту над горизонтом ($h = \text{const}$), то есть плоскость альмукантарата параллельна плоскости математического горизонта.

- При $h \neq 0$ альмукантарат параллелен горизонту и не пересекает его (точек пересечения нет).
- При $h = 0$ альмукантарат по определению сам совпадает со всей линией математического горизонта.

Таким образом, изолированных точек пересечения альмукантарата с горизонтом не существует.

Ответ: таких точек не существует (при $h \neq 0$ нет пересечений; при $h = 0$ совпадает с горизонтом).

Задача 15. Условие. Найти высоту звезды, склонение которой $\delta = +48°$, в верхней и нижней кульминации в г. Елец (52° с.ш.).

Решение. Дано: $\varphi = 52°$, $\delta = +48°$.

1. Так как $\delta < \varphi$, в верхней кульминации звезда кульминирует к югу от зенита:

$$h_{\text{в}} = 90° - \varphi + \delta = 90° - 52° + 48° = 86°.$$

2. Высота в нижней кульминации:

$$h_{\text{н}} = \varphi + \delta - 90° = 52° + 48° - 90° = 10°.$$

Поскольку $h_{\text{н}} > 0°$, звезда в г. Елец является незаходящей.

Ответ: в верхней кульминации 86°, в нижней кульминации 10°.

Задача 16. Условие. Путник наклонился над колодцем и увидел в воде отражение Капеллы ($\alpha = 5^h13^m$, $\delta = +45°57'$). На какой географической широте находился путник, чему было равно звёздное время?

Решение.

1. Поверхность воды в колодце строго горизонтальна. Отражение предмета видно вертикально вниз (в надир) только тогда, когда сам источник света находится строго вертикально вверху — в зените ($z = 0°$, $h = 90°$).

2. В зените склонение светила в точности совпадает с географической широтой точки наблюдения:

$$\varphi = \delta = +45°57' \text{ с.ш.}$$

3. Прохождение через зенит является верхней кульминацией светила. В момент верхней кульминации местное звёздное время s равно прямому восхождению светила:

$$s = \alpha = 5^h13^m.$$

Ответ: широта 45°57′ с.ш., звёздное время 5^h13^m.

Задача 17. Условие. Мурманск расположен на широте 69°, Елец — 52° с.ш. Верхняя кульминация некоторой звезды происходит в этих городах на одинаковой высоте. Определите эту высоту и склонение звезды.

Решение. Пусть $\varphi_1 = 69°$, $\varphi_2 = 52°$. Высота светила в верхней кульминации может достигаться либо к югу от зенита ($h = 90° - \varphi + \delta$), либо к северу от зенита ($h = 90° + \varphi - \delta$). Равенство высот при разных широтах возможно только тогда, когда в одном городе звезда кульминирует к югу от зенита, а в другом — к северу.

Так как $\varphi_1 > \varphi_2$, в Мурманске зенит расположен севернее, значит, звезда там кульминирует к югу от зенита, а в Ельце — к северу:

$$h_1 = 90° - \varphi_1 + \delta, \quad h_2 = 90° + \varphi_2 - \delta.$$

Приравнивая высоты ($h_1 = h_2$):

$$90^\circ - \varphi_1 + \delta = 90^\circ + \varphi_2 - \delta \implies 2\delta = \varphi_1 + \varphi_2.$$

$$\delta = \frac{69^\circ + 52^\circ}{2} = \frac{121^\circ}{2} = +60{,}5^\circ = +60^\circ 30'.$$

Высота кульминации:

$$h = 90^\circ - 69^\circ + 60{,}5^\circ = 81{,}5^\circ = 81^\circ 30'.$$

Ответ: склонение звезды $+60^\circ 30'$, высота кульминации $81^\circ 30'$.

Задача 18. **Условие.** Какова минимальная и максимальная высота Солнца в Сыктывкаре (широта Сыктывкара $61^\circ 40'$)?

Решение. Дано: $\varphi = 61^\circ 40'$. Наклон эклиптики к экватору $\varepsilon \approx 23^\circ 26'$.

1. Максимальная полуденная высота достигается в день летнего солнцестояния ($\delta_\odot = +\varepsilon$):

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon = 90^\circ - 61^\circ 40' + 23^\circ 26' = 28^\circ 20' + 23^\circ 26' = 51^\circ 46'.$$

2. Минимальная полуденная высота достигается в день зимнего солнцестояния ($\delta_\odot = -\varepsilon$):

$$h_{\min} = 90^\circ - \varphi - \varepsilon = 28^\circ 20' - 23^\circ 26' = 4^\circ 54'.$$

Ответ: максимальная высота $51^\circ 46'$, минимальная высота $4^\circ 54'$.

Задача 19. **Условие.** На какой высоте в Вологде (широта Вологды $= 59^\circ$) происходит верхняя кульминация звезды Антарес (склонение Антареса $\delta = -26^\circ$)?

Решение. Формула верхней кульминации к югу от зенита:

$$h_{\text{в}} = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 59^\circ + (-26^\circ) = 31^\circ - 26^\circ = 5^\circ.$$

Ответ: на высоте 5° над горизонтом.

Задача 20. **Условие.** (Всеросс, РЭ, 2022, 9) В некотором пункте на экваторе Земли далёкая звезда 1 с прямым восхождением $02^h 00^m$ взошла над горизонтом в $01^h 00^m$ по местному времени. В какое местное время в этом пункте в этот день зайдёт за горизонт далёкая звезда 2 с прямым восхождением $08^h 00^m$? Атмосферной рефракцией пренебречь.

Решение. На экваторе ($\varphi = 0^\circ$) плоскость небесного экватора перпендикулярна горизонту. Все небесные объекты восходят и заходят строго симметрично, находясь над горизонтом ровно половину звёздных суток: $\Delta t = 12^h$. Часовой угол восхода звезды равен $t_{\text{восх}} = -6^h = 18^h$, а захода — $t_{\text{зах}} = +6^h$.

Связь звёздного времени s, прямого восхождения α и часового угла t: $s = \alpha + t$.

1. Момент восхода звезды 1 ($\alpha_1 = 02^h$):

$$s_1 = \alpha_1 + t_{\text{восх}} = 02^h - 06^h = 20^h.$$

   В этот момент местное солнечное время составляло $T_1 = 01^h 00^m$.

2. Момент захода звезды 2 ($\alpha_2 = 08^h$):

$$s_2 = \alpha_2 + t_{\text{зах}} = 08^h + 06^h = 14^h.$$

3. Разность звёздного времени между этими событиями:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 14^h - 20^h = -6^h \equiv 18^h \text{ звёздного времени.}$$

Переведём интервал звёздного времени в солнечное время:

$$\Delta T = \Delta s \times \left(1 - \frac{1}{366{,}25}\right) \approx 18^h - \frac{18 \times 240^s}{24} = 18^h - 180^s = 17^h 57^m.$$

Местное солнечное время захода звезды 2:

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 01^h 00^m + 17^h 57^m = 18^h 57^m.$$

(Если пренебречь разницей звёздных и солнечных суток за 18 часов, $T_2 \approx 19^h 00^m$).

Ответ: в 18 часов 57 минут (или $\approx$ 19:00).

Задача 21. Условие. (Всеросс, МЭ, 2009, 9–11) В какой день года проводились наблюдения, если полуденная высота Солнца в Красноярске (широта = 56° с.ш.) оказалась равной 10 градусов 34 минуты?

Решение. Формула полуденной высоты:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta_\odot.$$

Подставим числовые значения ($h = 10^\circ 34'$, $\varphi = 56^\circ$):

$$\delta_\odot = h - 90^\circ + \varphi = 10^\circ 34' - 90^\circ + 56^\circ = 10^\circ 34' - 34^\circ = -23^\circ 26'.$$

Склонение $\delta_\odot = -23^\circ 26'$ достигается в момент зимнего солнцестояния.

Ответ: 21 или 22 декабря.

Задача 22. Условие. (Всеросс, МЭ, 2010, 9) Один путешественник утверждал, что в одном из путешествий видел Сириус в зените. Может ли такое быть на самом деле и где? (Склонение Сириуса составляет $-16^\circ 42'$).

Решение. Светило кульминирует точно в зените ($z = 0$, $h = 90^\circ$) в тех точках Земли, географическая широта которых равна склонению светила: $\varphi = \delta$. Поскольку $\delta = -16^\circ 42'$, Сириус проходит через зенит на широте $16^\circ 42'$ южной широты.

Ответ: да, такое возможно на географической широте $16^\circ 42'$ ю.ш. (например, в Перу, Боливии, Бразилии, на севере Мадагаскара, в северной Австралии).

Задача 23. Условие. (Всеросс, РЭ, 2024, 9) Звезда Вега ($\alpha = 18{,}5^h$, $\delta = +39^\circ$) в некотором пункте в некоторый момент времени проходит кульминацию, при этом она оказывается на 10° выше, чем звезда Канопус ($\alpha = 6{,}5^h$, $\delta = -53^\circ$), обе звезды расположены над горизонтом. Определите широту точки наблюдения. Рефракцию света не учитывать.

Решение. Разность прямых восхождений звёзд:

$$\Delta\alpha = 18{,}5^h - 6{,}5^h = 12^h.$$

Следовательно, кульминации этих звёзд происходят в противофазе: когда одна звезда находится в верхней кульминации, другая находится строго в нижней кульминации.

Поскольку обе звезды видны над горизонтом, звезда в нижней кульминации должна быть незаходящей ($h_\text{н} \geq 0$).

1. Предположим, что Канопус ($\delta_K = -53^\circ$) находится в верхней кульминации, а Вега ($\delta_B = +39^\circ$) — в нижней. Чтобы Вега была незаходящей, широта должна быть $\varphi \geq 90^\circ - 39^\circ = +51^\circ$ с.ш. Но при таких широтах звезда с $\delta = -53^\circ$ никогда не восходит ($h_\text{в} = 90^\circ - 51^\circ - 53^\circ = -14^\circ < 0$). Этот случай невозможен.

2. Следовательно, в верхней кульминации находится Вега, а в нижней — Канопус. Наблюдатель находится в Южном полушарии ($\varphi < 0$). Обозначим $|\varphi|$ — модуль широты.

   Канопус незаходящий на юге, его высота в нижней кульминации:

   $$h_\text{н}(K) = |\varphi| + |\delta_K| - 90^\circ = |\varphi| + 53^\circ - 90^\circ = |\varphi| - 37^\circ.$$

   Вега кульминирует к северу над точкой севера:

   $$h_\text{в}(B) = 90^\circ - |\varphi| - \delta_B = 90^\circ - |\varphi| - 39^\circ = 51^\circ - |\varphi|.$$

   По условию $h_\text{в}(B) - h_\text{н}(K) = 10^\circ$:

   $$(51^\circ - |\varphi|) - (|\varphi| - 37^\circ) = 10^\circ,$$

   $$88^\circ - 2|\varphi| = 10^\circ \implies 2|\varphi| = 78^\circ \implies |\varphi| = 39^\circ.$$

   Проверка: при $\varphi = -39^\circ$ высота Канопуса $h_\text{н} = 39^\circ - 37^\circ = 2^\circ > 0$, высота Веги $h_\text{в} = 51^\circ - 39^\circ = 12^\circ > 0$, разность высот $12^\circ - 2^\circ = 10^\circ$. Условия выполнены.

Ответ: 39° южной широты ($\varphi = -39^\circ$).

Задача 24. Условие. (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) Какие светила, кроме Луны, можно наблюдать с поверхности Земли в виде серпа и в каких случаях? (Серпом считаем диск, освещённый менее чем наполовину).

Решение. В виде серпа (когда фазовый угол превышает 90° и освещено менее половины видимого диска) с Земли могут наблюдаться только **внутренние (нижние) планеты**: Меркурий и Венера.

Это происходит в окрестностях их **нижнего соединения** с Солнцем (на участках траектории от максимальной восточной элонгации через нижнее соединение к максимальной западной элонгации), когда планета подходит ближе к Земле, чем Солнце, поворачиваясь к земному наблюдателю преимущественно своей неосвещённой стороной.

Внешние планеты (Марс, Юпитер и далее) вращаются снаружи земной орбиты, поэтому фазовый угол для них ограничен. У Марса минимальная фаза составляет около 0,86 (вид горбатого диска), а у гигантов она практически всегда равна 1,00.

Ответ: Меркурий и Венера — вблизи нижнего соединения с Солнцем.

Задача 25. Условие. (Всеросс, МЭ, 2016, 7–8) Годичный параллакс звезды α Центавра равен $0,8''$, а горизонтальный параллакс Солнца — $8,8''$. Вычислите, во сколько раз звезда дальше Солнца.

Решение. Годичный параллакс π — это угол, под которым со звезды видна большая полуось земной орбиты ($a = 1$ а.е.):

$$\pi = \frac{a}{r_*} \implies \frac{r_*}{a} = \frac{1}{\pi\ (\text{в радианах})} = \frac{206\,265''}{\pi''}.$$

Подставляя $\pi = 0{,}8''$:

$$\frac{r_*}{a} = \frac{206\,265}{0{,}8} \approx 257\,831 \approx 2{,}6 \cdot 10^5 \text{ раз}.$$

(Горизонтальный экваториальный параллакс Солнца $p_\odot = 8{,}8''$ показывает угол, под которым с Солнца виден экваториальный радиус Земли: $p_\odot = R_3/a$. Для определения того, во сколько раз звезда дальше Солнца, достаточно знания годичного параллакса звезды π, так как расстояние до Солнца принимается за 1 а.е.).

Ответ: примерно в 260 000 раз ($2{,}6 \cdot 10^5$).

Задача 26. **Условие.** Расстояние между двумя астрономами... Одновременно наблюдая Луну, они определили её параллакс $p = 9{,}0'$. Вычислите расстояние до Луны, приняв, что линия, соединяющая астрономов, перпендикулярна направлению на Луну.

Решение. Примечание: в условии задачи пропущено численное значение базиса B между астрономами. Из геометрии наблюдения Луны при $p = 9{,}0'$:

$$r_{\text{Л}} = \frac{B}{p \text{ (в радианах)}} = \frac{B}{\frac{p'}{60 \times 57{,}296}}.$$

Угол $p = 9{,}0' = \dfrac{9{,}0}{3437{,}75}$ рад $\approx 2{,}618 \cdot 10^{-3}$ рад.

Если базис равен стандартному для подобных задач расстоянию $B = 1000$ км:

$$r_{\text{Л}} = \frac{1000 \text{ км}}{2{,}618 \cdot 10^{-3}} \approx 382\,000 \text{ км}$$

(что отлично согласуется со средним расстоянием до Луны 384 400 км). В общем виде: $r_{\text{Л}} = \dfrac{B}{p \text{ (рад)}} \approx 382 \cdot B$.

Ответ: $r_{\text{Л}} \approx 382\,000$ км (при $B = 1000$ км).

Задача 27. **Условие.** Почему Луна всегда повёрнута к Земле одной стороной? А как Земля выглядит с Луны? Можно ли со стороны Солнца наблюдать всю Луну?

Решение.

1. **Вращение Луны.** Период вращения Луны вокруг своей оси в точности равен сидерическому периоду её обращения вокруг Земли ($\approx$ 27,32 суток). Это состояние приливного захвата (спин-орбитального резонанса 1:1), возникшее под действием вековых гравитационных приливных сил со стороны Земли.

2. **Вид Земли с Луны.** Благодаря синхронному вращению Земля всегда находится практически в одной и той же точке лунного неба (совершая лишь малые колебания в пределах нескольких градусов из-за оптических либраций). Угловой диаметр Земли на лунном небе равен примерно 2° (в 3,7 раза больше лунного диска на небе Земли). Земля вращается вокруг оси за 24 часа и демонстрирует полную смену фаз в строгой противофазе к фазам Луны (например, в новолуние видна полная Земля).

3. **Наблюдение со стороны Солнца.** Солнце всегда освещает ровно половину сферы Луны. Вследствие вращения Луны относительно линии Солнце–Луна за один синодический месяц ($\approx$ 29,53 суток) Луна совершает полный оборот к Солнцу всеми своими меридианами. Следовательно, наблюдатель со стороны Солнца за месяц последовательно увидит всю поверхность Луны (все 100%).

Ответ: из-за приливного захвата; Земля видна в одной точке лунного неба со сменой фаз; со стороны Солнца за месяц видна вся поверхность Луны.