# Задачи на тест по физике

## Вариант 1

**Задача 1.** С крыши высокого здания высотой $H = 60$ м падает сосулька (без начальной скорости). В тот же самый момент от подножия этого здания вертикально вверх бросают резиновый мячик со скоростью $v_0 = 30$ м/с. Через какое время после начала движения сосулька и мячик окажутся на одной высоте? На каком расстоянии от земли произойдёт эта встреча?

**Задача 2.** Металлический груз подвесили к пружинному динамометру. В воздухе динамометр показывает вес груза $P_1 = 60$ Н. Если груз полностью погрузить в воду ($\rho = 1000$ кг/м$^3$), показания динамометра уменьшаются до $P_2 = 42$ Н. Когда этот же груз полностью погрузили в неизвестную прозрачную жидкость, динамометр показал $P_3 = 36$ Н. Определите плотность этой неизвестной жидкости.

**Задача 3.** Рыбак массой $m_1 = 60$ кг бежит со скоростью $v_1 = 4$ м/с по берегу и прыгает в покоящуюся на воде длинную лодку массой $m_2 = 140$ кг вдоль её продольной оси. Сразу после этого лодка с рыбаком начинает двигаться по воде. С какой скоростью? Сопротивлением воды в момент запрыгивания пренебречь.

**Задача 4.** Мальчик на санках съезжает с ледяной горы высотой $H = 20$ м, начиная движение из состояния покоя. У подножия горы начинается длинный горизонтальный участок, не покрытый льдом, асфальт припорошен снегом. Коэффициент трения полозьев о поверхность на горизонтальном участке равен $\mu = 0{,}4$. Трение на самой горе отсутствует. Какой путь пройдёт мальчик по горизонтальному участку до полной остановки?

# Вариант 2

**Задача 1.** Со смотровой вышки высотой $H = 20$ м отпускают без начальной скорости первый камень. Спустя 1 секунду с той же вышки бросают вертикально вниз второй камень. Какую начальную скорость $v_0$ сообщили второму камню, если известно, что оба камня упали на землю одновременно? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача 2.** Легковой автомобиль движется по прямой горизонтальной дороге со скоростью $v_0 = 72$ км/ч. В багажнике на резиновом коврике лежит тяжёлый ящик. Коэффициент трения между ящиком и ковриком $\mu = 0{,}5$. Водитель принимает решение остановиться. Каков минимальный тормозной путь автомобиля, при котором ящик не начнёт скользить по коврику вперёд?

**Задача 3.** Металлический груз подвесили к пружинному динамометру. В воздухе динамометр показывает вес груза $P_1 = 50$ Н. Если груз полностью погрузить в воду ($\rho = 1000$ кг/м$^3$), показания динамометра уменьшаются до $P_2 = 30$ Н. Когда этот же груз полностью погрузили в неизвестную прозрачную жидкость, динамометр показал $P_3 = 34$ Н. Определите плотность этой неизвестной жидкости.

**Задача 4.** Металлический шар массой $m = 1$ кг подвешен на прочной нити длиной $L = 1{,}25$ м. Нить с шариком отклоняют на угол $90^\circ$ от вертикали (до горизонтального положения) и отпускают без начальной скорости. В самой нижней точке траектории шар неупруго (они слипаются) сталкивается с неподвижным бруском массой $M = 4$ кг, расположенным на подставке. На какую максимальную высоту $h$ от первоначального уровня поднимется слипшаяся система после удара?

# Решения

## Вариант 1

**Задача 1. Условие.** С крыши высокого здания высотой $H = 60$ м падает сосулька (без начальной скорости). В тот же самый момент от подножия этого здания вертикально вверх бросают резиновый мячик со скоростью $v_0 = 30$ м/с. Через какое время после начала движения сосулька и мячик окажутся на одной высоте? На каком расстоянии от земли произойдёт эта встреча?

**Решение.**

Дано:

$$H = 60 \text{ м}, \quad v_{01} = 0 \text{ м/с}, \quad v_0 = 30 \text{ м/с}, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2.$$

Найти: $t$ — время до встречи; $h$ — высота встречи над землёй.

1. Направим координатную ось $OY$ вертикально вверх, выбрав начало отсчёта ($y = 0$) на поверхности земли.

2. Запишем законы движения вдоль оси $OY$ для обоих тел:

- Для сосульки начальная координата равна $y_{01} = H$, начальная скорость равна нулю, вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ направлен вниз:

$$y_1(t) = H - \frac{gt^2}{2}.$$

- Для мячика начальная координата равна $y_{02} = 0$, начальная скорость $v_0$ направлена вертикально вверх:

$$y_2(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

3. В момент встречи тела находятся на одинаковой высоте, то есть $y_1(t) = y_2(t)$:

$$H - \frac{gt^2}{2} = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Слагаемое $-\frac{gt^2}{2}$ взаимно уничтожается:

$$H = v_0 t \implies t = \frac{H}{v_0}.$$

Подставим числовые значения:

$$t = \frac{60 \text{ м}}{30 \text{ м/с}} = 2 \text{ с}.$$

4. Найдём высоту $h$, на которой произойдёт встреча, подставив найденное время $t = 2$ с в уравнение движения мячика:

$$h = y_2(2) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 30 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 60 - 20 = 40 \text{ м}.$$

Примечание: при $g = 9{,}8$ м/с$^2$:

$$h = 60 - \frac{9{,}8 \cdot 4}{2} = 60 - 19{,}6 = 40{,}4 \text{ м}.$$

**Ответ:** встреча произойдёт через 2 с на расстоянии 40 м от земли (при $g = 9{,}8$ м/с$^2$ — 40,4 м).

**Задача 2. Условие.** Металлический груз подвесили к пружинному динамометру. В воздухе динамометр показывает вес груза $P_1 = 60$ Н. Если груз полностью погрузить в воду ($\rho = 1000$ кг/м$^3$), показания динамометра уменьшаются до $P_2 = 42$ Н. Когда этот же груз полностью погрузили в неизвестную прозрачную жидкость, динамометр показал $P_3 = 36$ Н. Определите плотность этой неизвестной жидкости.

**Решение.**

Дано:

$$P_1 = 60 \text{ Н}, \quad P_2 = 42 \text{ Н}, \quad P_3 = 36 \text{ Н}, \quad \rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3.$$

Найти: $\rho_x$ — плотность неизвестной жидкости.

1. При взвешивании груза в воздухе (пренебрегая архимедовой силой со стороны воздуха) показание динамометра равно истинной силе тяжести:

$$P_1 = mg.$$

2. При полном погружении тела объёмом $V$ в жидкость плотностью $\rho$ на него действует выталкивающая сила Архимеда:

$$F_A = \rho g V.$$

Показание динамометра $P$ в жидкости уменьшается на величину силы Архимеда:

$$P = P_1 - F_A \implies F_A = P_1 - P.$$

3. Для воды:

$$F_{A1} = P_1 - P_2 = 60 - 42 = 18 \text{ Н}.$$

$$F_{A1} = \rho_{\text{в}} g V \implies gV = \frac{F_{A1}}{\rho_{\text{в}}}.$$

4. Для неизвестной жидкости:

$$F_{A2} = P_1 - P_3 = 60 - 36 = 24 \text{ Н}.$$

С другой стороны:

$$F_{A2} = \rho_x g V.$$

5. Разделим выражение для неизвестной жидкости на выражение для воды:

$$\frac{F_{A2}}{F_{A1}} = \frac{\rho_x g V}{\rho_{\text{в}} g V} = \frac{\rho_x}{\rho_{\text{в}}} \implies \rho_x = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{F_{A2}}{F_{A1}}.$$

Подставим числовые значения:

$$\rho_x = 1000 \cdot \frac{24}{18} = 1000 \cdot \frac{4}{3} \approx 1333{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

**Ответ:** плотность неизвестной жидкости равна $\approx 1333$ кг/м$^3$.

**Задача 3. Условие.** Рыбак массой $m_1 = 60$ кг бежит со скоростью $v_1 = 4$ м/с по берегу и прыгает в покоящуюся на воде длинную лодку массой $m_2 = 140$ кг вдоль её продольной оси. Сразу после этого лодка с рыбаком начинает двигаться по воде. С какой скоростью? Сопротивлением воды в момент запрыгивания пренебречь.

**Решение.**

Дано:

$$m_1 = 60 \text{ кг}, \quad v_1 = 4 \text{ м/с}, \quad m_2 = 140 \text{ кг}, \quad v_2 = 0 \text{ м/с}.$$

Найти: $u$ — общую скорость лодки с рыбаком после прыжка.

1. Рассматриваем систему «рыбак + лодка». Так как сопротивлением воды пренебрегаем, внешние горизонтальные силы на систему не действуют. Следовательно, выполняется закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось, направленную вдоль направления движения:

$$p_{\text{нач}} = p_{\text{кон}}.$$

2. До прыжка рыбак двигался со скоростью $v_1$, а лодка покоилась:

$$p_{\text{нач}} = m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_1.$$

3. После того как рыбак запрыгнул в лодку, они движутся как единое целое общей массой $(m_1 + m_2)$ со скоростью $u$:

$$p_{\text{кон}} = (m_1 + m_2)u.$$

4. Приравниваем начальный и конечный импульсы:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u \implies u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

5. Подставим численные значения:

$$u = \frac{60 \cdot 4}{60 + 140} = \frac{240}{200} = 1{,}2 \text{ м/с}.$$

**Ответ:** скорость лодки с рыбаком составит 1,2 м/с.

**Задача 4. Условие.** Мальчик на санках съезжает с ледяной горы высотой $H = 20$ м, начиная движение из состояния покоя. У подножия горы начинается длинный горизонтальный участок, не покрытый льдом, асфальт припорошен снегом. Коэффициент трения полозьев о поверхность на горизонтальном участке равен $\mu = 0{,}4$. Трение на самой горе отсутствует. Какой путь пройдёт мальчик по горизонтальному участку до полной остановки?

**Решение.**

Дано:

$$H = 20 \text{ м}, \quad \mu = 0{,}4, \quad v_0 = 0 \text{ м/с}, \quad v_{\text{кон}} = 0 \text{ м/с}.$$

Найти: $S$ — путь на горизонтальном участке.

1. В начальный момент на вершине горы мальчик с санками массой $m$ обладает потенциальной энергией:

$$E_p = mgH.$$

Так как на горе трения нет, вся потенциальная энергия у подножия переходит в кинетическую.

2. На горизонтальном участке на санки действует сила трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m g.$$

Работа силы трения на пути $S$ равна:

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} \cdot S = -\mu m g S.$$

3. По теореме об изменении полной механической энергии, изменение энергии равно работе внешних непотенциальных сил (силы трения):

$$\Delta E = E_{\text{кон}} - E_{\text{нач}} = A_{\text{тр}}.$$

Так как в конце санки останавливаются ($E_{\text{кон}} = 0$):

$$0 - mgH = -\mu mgS \implies mgH = \mu mgS.$$

Масса $m$ и ускорение свободного падения $g$ сокращаются:

$$H = \mu S \implies S = \frac{H}{\mu}.$$

4. Вычислим искомый путь:

$$S = \frac{20}{0{,}4} = 50 \text{ м}.$$

**Ответ:** путь мальчика по горизонтальному участку составит 50 м.

## Вариант 2

**Задача 1. Условие.** Со смотровой вышки высотой $H = 20$ м отпускают без начальной скорости первый камень. Спустя 1 секунду с той же вышки бросают вертикально вниз второй камень. Какую начальную скорость $v_0$ сообщили второму камню, если известно, что оба камня упали на землю одновременно? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Решение.**

Дано:

$$H = 20 \text{ м}, \quad v_{01} = 0 \text{ м/с}, \quad \tau = 1 \text{ с}, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2.$$

Найти: $v_0$ — начальную скорость второго камня.

1. Первый камень падает свободно из состояния покоя. Запишем уравнение его пути:

$$H = \frac{gt_1^2}{2}.$$

Отсюда найдём полное время падения первого камня:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2 \text{ с}.$$

(Если принять $g = 9{,}8$ м/с$^2$: $t_1 = \sqrt{40/9{,}8} \approx 2{,}02$ с).

2. Второй камень бросили через время $\tau = 1$ с после первого, и они упали одновременно. Следовательно, время движения второго камня составляет:

$$t_2 = t_1 - \tau = 2 - 1 = 1 \text{ с}.$$

3. Уравнение движения второго камня, брошенного вертикально вниз с начальной скоростью $v_0$:

$$H = v_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2}.$$

4. Выразим начальную скорость $v_0$:

$$v_0 t_2 = H - \frac{gt_2^2}{2} \implies v_0 = \frac{H - \frac{gt_2^2}{2}}{t_2}.$$

5. Подставим числовые значения ($t_2 = 1$ с, $H = 20$ м, $g = 10$ м/с$^2$):

$$v_0 = \frac{20 - \frac{10 \cdot 1^2}{2}}{1} = 20 - 5 = 15 \text{ м/с}.$$

Примечание: при $g = 9{,}8$ м/с$^2$ ($t_1 \approx 2{,}02$ с, $t_2 \approx 1{,}02$ с):

$$v_0 = \frac{20 - 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}02^2}{1{,}02} = \frac{20 - 5{,}1}{1{,}02} \approx 14{,}6 \text{ м/с}.$$

**Ответ:** начальная скорость второго камня равна 15 м/с (при $g = 9{,}8$ м/с$^2$ — $\approx 14{,}6$ м/с).

**Задача 2.** **Условие.** Легковой автомобиль движется по прямой горизонтальной дороге со скоростью $v_0 = 72$ км/ч. В багажнике на резиновом коврике лежит тяжёлый ящик. Коэффициент трения между ящиком и ковриком $\mu = 0{,}5$. Водитель принимает решение остановиться. Каков минимальный тормозной путь автомобиля, при котором ящик не начнёт скользить по коврику вперёд?

**Решение.**

Дано:

$$v_0 = 72 \text{ км/ч} = \frac{72}{3{,}6} = 20 \text{ м/с}, \quad \mu = 0{,}5, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2.$$

Найти: $S_{\min}$ — минимальный тормозной путь.

1. При торможении автомобиля с ускорением $a$ ящик массой $m$ движется вместе с автомобилем до тех пор, пока сила трения покоя способна сообщать ему это же ускорение торможения.

2. По второму закону Ньютона максимальная сила трения покоя:

$$F_{\text{тр,max}} = \mu N = \mu m g.$$

Соответственно, максимальное ускорение торможения, при котором ящик остаётся неподвижным относительно автомобиля:

$$m a_{\max} = F_{\text{тр,max}} = \mu m g \implies a_{\max} = \mu g.$$

3. Если ускорение торможения автомобиля $a > a_{\max}$, ящик начнёт скользить вперёд по инерции. Следовательно, предельное допустимое ускорение:

$$a_{\max} = 0{,}5 \cdot 10 = 5 \text{ м/с}^2.$$

4. Тормозной путь при равнозамедленном движении от начальной скорости $v_0$ до полной остановки ($v = 0$) связан с ускорением формулой:

$$S = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Минимальный тормозной путь достигается при максимально возможном ускорении $a = a_{\max}$:

$$S_{\min} = \frac{v_0^2}{2a_{\max}} = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

5. Подставим численные значения:

$$S_{\min} = \frac{20^2}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10} = \frac{400}{10} = 40 \text{ м}.$$

(При $g = 9{,}8$ м/с$^2$: $S_{\min} = \frac{400}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8} \approx 40{,}8$ м).

**Ответ:** минимальный тормозной путь автомобиля составляет 40 м (при $g = 9{,}8$ м/с$^2$ — $\approx 40{,}8$ м).

**Задача 3.** **Условие.** Металлический груз подвесили к пружинному динамометру. В воздухе динамометр показывает вес груза $P_1 = 50$ Н. Если груз полностью погрузить в воду ($\rho = 1000$ кг/м$^3$), показания динамометра уменьшаются до $P_2 = 30$ Н. Когда этот же груз полностью погрузили в неизвестную прозрачную жидкость, динамометр показал $P_3 = 34$ Н. Определите плотность этой неизвестной жидкости.

**Решение.**

Дано:

$$P_1 = 50 \text{ Н}, \quad P_2 = 30 \text{ Н}, \quad P_3 = 34 \text{ Н}, \quad \rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3.$$

Найти: $\rho_x$ — плотность неизвестной жидкости.

1. В воздухе показание динамометра соответствует силе тяжести груза:

$$P_1 = mg.$$

2. При полном погружении в жидкость на груз действует сила Архимеда $F_A = \rho g V$, и динамометр регистрирует кажущийся вес:

$$P = P_1 - F_A \implies F_A = P_1 - P.$$

3. Для воды:

$$F_{A1} = P_1 - P_2 = 50 - 30 = 20 \text{ Н}.$$

Так как $F_{A1} = \rho_{\text{в}} g V$, то:

$$gV = \frac{F_{A1}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{20}{1000} = 0{,}02 \text{ м}^3/\text{с}^2.$$

4. Для неизвестной жидкости:

$$F_{A2} = P_1 - P_3 = 50 - 34 = 16 \text{ Н}.$$

Так как $F_{A2} = \rho_x g V$, то:

$$\frac{F_{A2}}{F_{A1}} = \frac{\rho_x}{\rho_{\text{в}}} \implies \rho_x = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{F_{A2}}{F_{A1}}.$$

5. Подставим значения:

$$\rho_x = 1000 \cdot \frac{16}{20} = 1000 \cdot 0{,}8 = 800 \text{ кг/м}^3.$$

**Ответ:** плотность неизвестной жидкости равна 800 кг/м$^3$ (соответствует, например, керосину или спирту).

**Задача 4. Условие.** Металлический шар массой $m = 1$ кг подвешен на прочной нити длиной $L = 1{,}25$ м. Нить с шариком отклоняют на угол 90° от вертикали (до горизонтального положения) и отпускают без начальной скорости. В самой нижней точке траектории шар неупруго (они слипаются) сталкивается с неподвижным бруском массой $M = 4$ кг, расположенным на подставке. На какую максимальную высоту $h$ от первоначального уровня поднимется слипшаяся система после удара?

**Решение.**

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}, \quad M = 4 \text{ кг}, \quad L = 1{,}25 \text{ м}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2.$$

Найти: $h$ — высоту подъёма системы после удара.

Задача разбивается на три последовательных физических этапа:

**1. Движение шара до удара (закон сохранения механической энергии).**

При отклонении нити на 90° шар поднимается относительно низшей точки на высоту, равную длине нити $L$. Потенциальная энергия шара переходит в кинетическую:

$$mgL = \frac{mv^2}{2} \implies v = \sqrt{2gL}.$$

Вычислим скорость шара непосредственно перед соударением:

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}25} = \sqrt{25} = 5 \text{ м/с}.$$

**2. Абсолютно неупругий удар (закон сохранения импульса).**

В момент удара нить вертикальна, силы натяжения и тяжести скомпенсированы по вертикали. Вдоль горизонтального направления на систему «шар + брусок» внешние силы не действуют:

$$mv = (m + M)u,$$

где $u$ — общая скорость слипшихся тел сразу после удара.

$$u = \frac{m}{m + M}v = \frac{1}{1 + 4} \cdot 5 = \frac{5}{5} = 1 \text{ м/с}.$$

**3. Подъём слипшейся системы (закон сохранения механической энергии).**

После удара система массой $(m+M)$ начинает двигаться как маятник. Вся приобретённая кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию на максимальной высоте подъёма $h$:

$$\frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh \implies h = \frac{u^2}{2g}.$$

Подставим значение скорости $u = 1$ м/с:

$$h = \frac{1^2}{2 \cdot 10} = \frac{1}{20} = 0{,}05 \text{ м} = 5 \text{ см}.$$

(При $g = 9{,}8$ м/с$^2$: $h = \frac{1}{19{,}6} \approx 0{,}051$ м $= 5{,}1$ см).

**Ответ:** слипшаяся система поднимется на высоту 0,05 м (5 см).