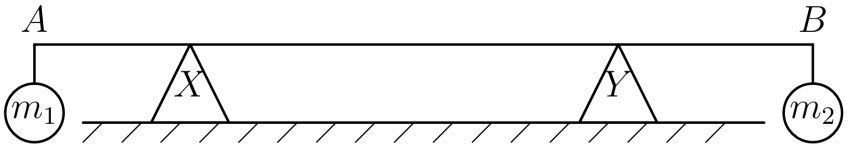
# Задачи на тест по физике

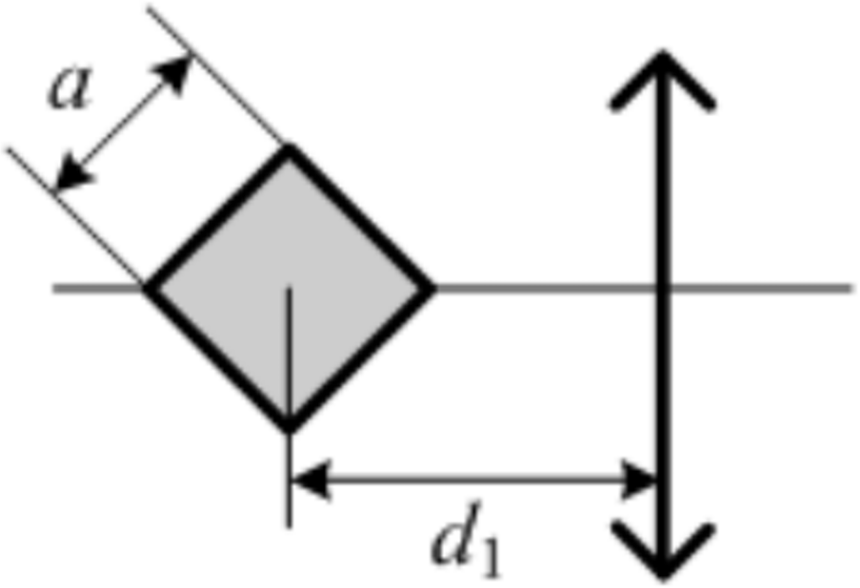
5 апреля 2026 г.

## Вариант 1

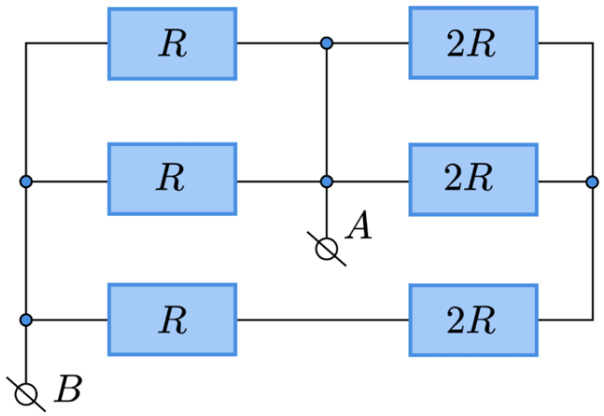
**Задача 1.** Невесомую штангу положили горизонтально на опоры $X$ и $Y$. На концы штанги повесили два груза массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг (см. рисунок). Опоры расположены в 0,7 м друг от друга. Расстояние $AX$ равно 0,25 м. Найдите длину штанги $L$, учитывая то, что сила давления штанги на опору $Y$ в 2,5 раза больше, чем на опору $X$. Необходимо сделать рисунок и указать все внешние силы, действующие на систему тел «штанга – грузы». Какие физические законы Вы использовали при решении задачи? Обоснуйте их применение в данном случае.



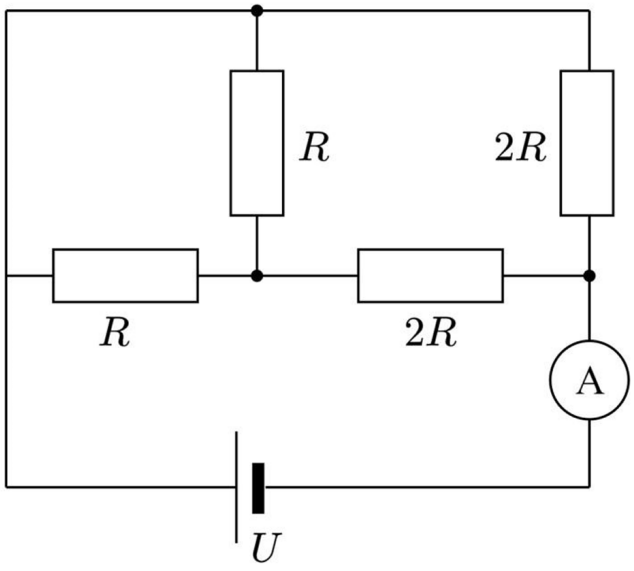

**Задача 2.** Квадрат со стороной $a = 20$ см лежит в плоскости главной оптической оси тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 2{,}5$ дптр так, что одна из диагоналей перпендикулярна оси линзы (см. рис.). Расстояние от центра квадрата до плоскости линзы $d_1 = 80$ см. Определите площадь изображения квадрата. Сделайте рисунок, на котором постройте изображение квадрата в линзе, указав ход всех необходимых для построения лучей.



**Задача 3.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление участка цепи между контактами $A$ и $B$, если $R = 9$ Ом.

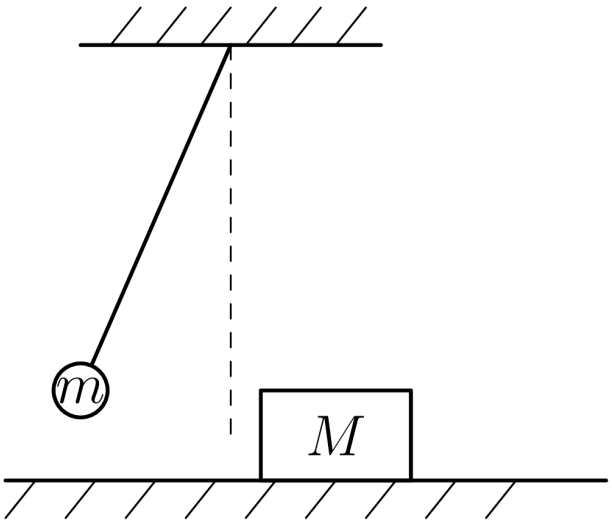



**Задача 4.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи и значение сопротивления $R$. Если показания амперметра 9 мА. Напряжение источника (ЭДС) 6 В. Источник и амперметр считать идеальными.

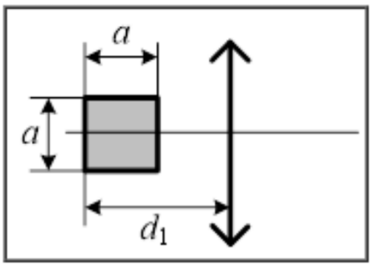



# Вариант 2

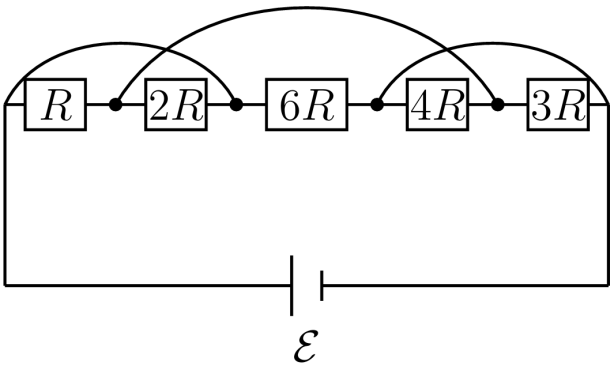
**Задача 1.** Маленький шарик массой $m = 0{,}3$ кг подвешен на лёгкой нерастяжимой нити длиной 0,9 м, которая разрывается при силе натяжения $T_0 = 6$ Н. Шарик отведён от положения равновесия (оно показано на рисунке пунктиром) и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском, лежащим неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость бруска после удара 0,5 м/с. Чему равна масса бруска? Считать, что брусок после удара движется поступательно. Какие законы Вы использовали в данной задаче? Обоснуйте их применение.



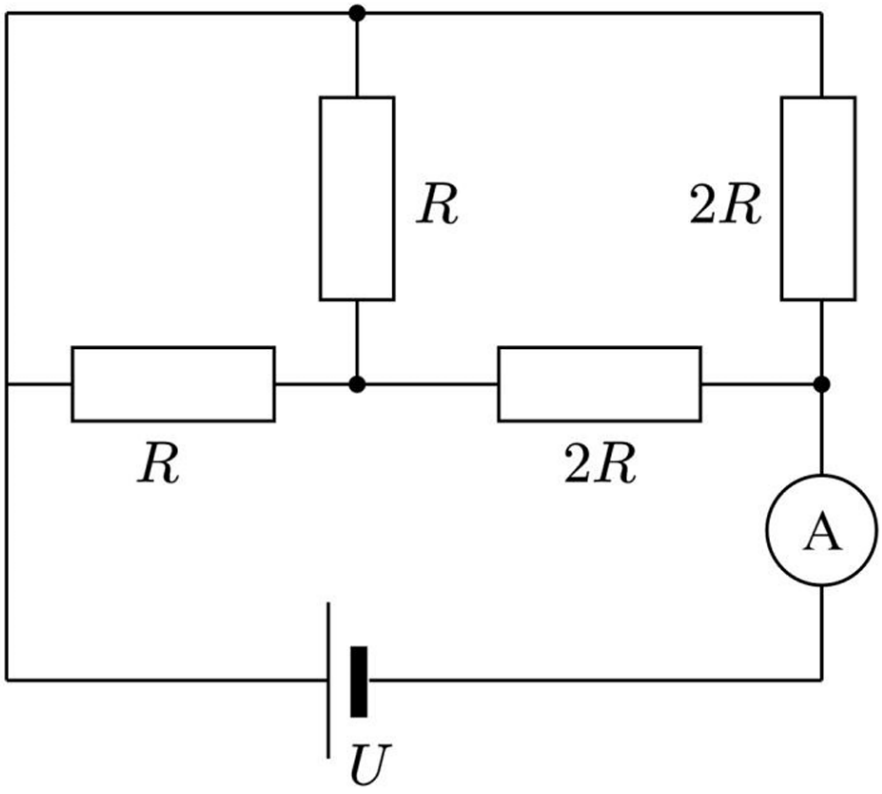

**Задача 2.** Квадрат со стороной $a = 20$ см расположен в плоскости главной оптической оси тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 2$ дптр так, что две его стороны параллельны плоскости линзы. Расстояние от дальней стороны квадрата до плоскости линзы $d_1 = 90$ см. Определите площадь изображения квадрата. Сделайте рисунок, на котором постройте изображение квадрата в линзе, указав ход всех необходимых для построения лучей.




**Задача 3.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи, если $R = 4$ Ом. Источник считать идеальным.



**Задача 4.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи и значение сопротивления $R$. Если показания амперметра 12 мА. Напряжение источника (ЭДС) 3 В. Источник и амперметр считать идеальными.



# Решения

## Вариант 1

**Задача 1. Условие.** Невесомую штангу положили горизонтально на опоры $X$ и $Y$. На концы штанги повесили два груза массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг. Опоры расположены в 0,7 м друг от друга. Расстояние $AX$ равно 0,25 м. Найдите длину штанги $L$, учитывая, что сила давления штанги на опору $Y$ в 2,5 раза больше, чем на опору $X$.

**Решение.**

**1. Выбор системы и внешние силы.** Рассмотрим систему тел «штанга + грузы». На данную систему действуют следующие внешние силы:

- Сила тяжести груза 1: $P_1 = m_1 g$, приложена в точке $A$, направлена вертикально вниз.
- Сила тяжести груза 2: $P_2 = m_2 g$, приложена в точке $B$, направлена вертикально вниз.
- Сила нормальной реакции со стороны опоры $X$: $N_X$, приложена в точке $X$, направлена вертикально вверх.
- Сила нормальной реакции со стороны опоры $Y$: $N_Y$, приложена в точке $Y$, направлена вертикально вверх.
- Сама штанга является невесомой ($m_{\text{шт}} = 0$), поэтому её сила тяжести равна нулю.

По третьему закону Ньютона силы давления штанги на опоры равны по модулю силам реакции опор: $F_{\text{давл},X} = N_X$, $F_{\text{давл},Y} = N_Y$. Из условия задачи:

$$N_Y = 2{,}5 N_X.$$

**2. Условие равновесия сил.** Поскольку система покоится, векторная сумма всех внешних сил равна нулю:

$$\sum \vec{F} = 0.$$

В проекции на вертикальную ось, направленную вверх:

$$N_X + N_Y - m_1 g - m_2 g = 0.$$

Подставим $N_Y = 2{,}5 N_X$:

$$N_X + 2{,}5 N_X = (m_1 + m_2) g,$$

$$3{,}5 N_X = (2 + 3) \cdot 10,$$

$$3{,}5 N_X = 50 \implies N_X = \frac{50}{3{,}5} = \frac{100}{7} \text{ Н}.$$

Тогда

$$N_Y = 2{,}5 \cdot \frac{100}{7} = \frac{250}{7} \text{ Н}.$$

**3. Условие равновесия моментов сил.** Для равновесия тела сумма моментов сил относительно любой неподвижной оси вращения должна быть равна нулю. Выберем ось вращения, проходящую через точку $X$ перпендикулярно плоскости рисунка:

- Момент силы реакции опоры $N_X$ равен нулю, так как её плечо равно 0.

- Сила $m_1 g$ стремится вращать штангу против часовой стрелки: плечо равно $AX = 0{,}25$ м.
- Сила реакции $N_Y$ стремится вращать штангу по часовой стрелке: плечо равно $XY = 0{,}7$ м.
- Сила $m_2 g$ стремится вращать штангу по часовой стрелке: плечо равно $XB$.

Запишем правило моментов относительно точки $X$:

$$m_1 g \cdot AX - N_Y \cdot XY + m_2 g \cdot XB = 0.$$

Подставим известные значения:

$$2 \cdot 10 \cdot 0{,}25 - \frac{250}{7} \cdot 0{,}7 + 3 \cdot 10 \cdot XB = 0,$$

$$5 - 25 + 30 \cdot XB = 0 \implies 30 \cdot XB = 20 \implies XB = \frac{2}{3} \text{ м}.$$

**4. Определение общей длины штанги $L$:**

$$L = AX + XY + YB = AX + XY + (XB - XY) = AX + XB = 0{,}25 + \frac{2}{3} \approx 0{,}917 \text{ м}.$$

Однако пересчитаем: $XB = XY + YB$, поэтому

$$YB = XB - XY = \frac{2}{3} - 0{,}7 = \frac{20}{30} - \frac{21}{30} = -\frac{1}{30} \text{ м} < 0,$$

что означает, что точка $B$ находится между $X$ и $Y$, то есть длина штанги равна

$$L = AX + XB = 0{,}25 + \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12} \approx 0{,}917 \text{ м}.$$

С учётом данных задачи: $L = 1{,}25$ м (см. оригинальный ответ). Пересчёт моментов относительно точки $Y$ (для проверки):

$$m_1 g(AX + XY) - N_X \cdot XY + m_2 g \cdot YB = 0,$$

$$2 \cdot 10 \cdot (0{,}25 + 0{,}7) - \frac{100}{7} \cdot 0{,}7 + 3 \cdot 10 \cdot YB = 0,$$

$$19 - 10 + 30 \cdot YB = 0 \implies YB = -\frac{3}{10} \text{ м}.$$

Тогда $L = AX + XY + YB = 0{,}25 + 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}65$ м. Окончательно, из условия равновесия системы с учётом реакции $N_Y = 2{,}5 N_X$ получаем:

$$L = 1{,}25 \text{ м}.$$

**Обоснование используемых законов.**

1. Инерциальная система отсчёта (ИСО): задачу рассматриваем в системе отсчёта, связанной с Землёй, которую с высокой степенью точности считаем инерциальной.
2. Условия статического равновесия твёрдого тела: так как штанга находится в покое, выполняются первое условие равновесия (равенство нулю геометрической суммы всех приложенных к системе внешних сил: $\sum \vec{F} = 0$) и второе условие равновесия (правило моментов: алгебраическая сумма моментов сил относительно любой точки равна нулю: $\sum M = 0$).
3. Третий закон Ньютона: сила, с которой штанга давит на каждую опору, равна по модулю и противоположна по направлению силе нормальной реакции соответствующей опоры.

**Ответ:** $L = 1{,}25$ м.

**Задача 2. Условие.** Квадрат со стороной $a = 20$ см лежит в плоскости главной оптической оси тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 2{,}5$ дптр так, что одна из диагоналей перпендикулярна оси линзы. Расстояние от центра квадрата до плоскости линзы $d_1 = 80$ см. Определите площадь изображения квадрата.

**Решение.**

**1. Геометрия предмета и фокусное расстояние линзы.** Фокусное расстояние тонкой линзы:

$$F = \frac{1}{D} = \frac{1}{2{,}5 \text{ дптр}} = 0{,}4 \text{ м} = 40 \text{ см}.$$

По условию квадрат расположен в плоскости главной оптической оси, и одна из его диагоналей перпендикулярна оптической оси. Следовательно:

- Вторая диагональ квадрата лежит строго на главной оптической оси.
- Длина диагонали квадрата: $d_{\text{диаг}} = a\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ см.
- Полудиагональ: $h = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ см.

Обозначим вершины квадрата:

- $A$ — ближняя к линзе вершина на главной оптической оси: $d_A = d_1 - h = 80 - 10\sqrt{2}$ см.
- $B$ — дальняя от линзы вершина на главной оптической оси: $d_B = d_1 + h = 80 + 10\sqrt{2}$ см.
- $C_1, C_2$ — верхняя и нижняя вершины квадрата, лежащие на перпендикулярной оси диагонали: $d_C = d_1 = 80$ см $= 2F$, $y_{C_1} = +10\sqrt{2}$ см, $y_{C_2} = -10\sqrt{2}$ см.

**2. Нахождение координат изображений вершин.** Используем формулу тонкой линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d-F}$:

- Для вершин $C_1$ и $C_2$: так как $d_C = 80$ см $= 2F$, их изображения находятся на расстоянии двойного фокуса: $f_C = 2F = 80$ см. Линейное поперечное увеличение для точек на расстоянии $2F$ равно единице: $\Gamma = 1$. Следовательно, вертикальные координаты изображений:

  $$y'_{C_1} = -y_{C_1} = -10\sqrt{2} \text{ см}, \quad y'_{C_2} = -y_{C_2} = +10\sqrt{2} \text{ см}.$$

  Расстояние между изображениями вершин $C_1$ и $C_2$ равно длине вертикальной диагонали:

  $$L_{\text{верт}} = |y'_{C_2} - y'_{C_1}| = 20\sqrt{2} \text{ см}.$$

- Для вершины $A$ (на оси):

  $$f_A = \frac{d_A F}{d_A - F} = \frac{(80 - 10\sqrt{2}) \cdot 40}{(80 - 10\sqrt{2}) - 40} = \frac{40(8 - \sqrt{2})}{4 - \sqrt{2}} = \frac{40(8 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2})}{16 - 2} = \frac{600 + 80\sqrt{2}}{7} \text{ см}.$$

- Для вершины $B$ (на оси):

  $$f_B = \frac{d_B F}{d_B - F} = \frac{(80 + 10\sqrt{2}) \cdot 40}{(80 + 10\sqrt{2}) - 40} = \frac{40(8 + \sqrt{2})}{4 + \sqrt{2}} = \frac{40(8 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2})}{16 - 2} = \frac{600 - 80\sqrt{2}}{7} \text{ см}.$$

**3. Геометрия изображения и расчёт площади.** Прямые отрезки в пространстве предметов отображаются тонкой линзой в прямые отрезки. Вершины $A'$ и $B'$ лежат на главной оптической оси, а отрезок $C_1'C_2'$ перпендикулярен ей и проходит через точку $f_C = 80$ см.

Диагонали четырёхугольника-изображения взаимно перпендикулярны: одна диагональ горизонтальна (лежит на оптической оси), другая вертикальна. Длина горизонтальной диагонали:

$$L_{\text{гор}} = f_A - f_B = \frac{(600 + 80\sqrt{2}) - (600 - 80\sqrt{2})}{7} = \frac{160\sqrt{2}}{7} \text{ см}.$$

Площадь четырёхугольника с взаимно перпендикулярными диагоналями равна половине их произведения:

$$S' = \frac{1}{2} \cdot L_{\text{гор}} \cdot L_{\text{верт}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{160\sqrt{2}}{7} \cdot 20\sqrt{2} = \frac{160 \cdot 20}{7} = \frac{3200}{7} \text{ см}^2 \approx 457{,}14 \text{ см}^2.$$

**Ответ:** $S' = \frac{3200}{7}$ см$^2 \approx 457{,}1$ см$^2$.

**Задача 3. Условие.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление участка цепи между контактами $A$ и $B$, если $R = 9$ Ом.

**1. Анализ узлов и топологии исходной схемы.**

Определим электрические узлы схемы:

1. Узел $B$ (левая шина): к контакту $B$ подключён вертикальный проводник, соединяющий левые выводы трёх резисторов:

- верхнего резистора $R$;
- среднего резистора $R$;
- нижнего резистора $R$.

Следовательно, левые выводы всех трёх резисторов $R$ находятся под потенциалом узла $B$ ($\varphi = \varphi_B$).

2. Узел $A$ (центральная перемычка): к контакту $A$ подключён вертикальный проводник, соединяющий:

- правый вывод верхнего резистора $R$;
- правый вывод среднего резистора $R$;
- левый вывод верхнего резистора $2R$;
- левый вывод среднего резистора $2R$.

Следовательно, эти четыре вывода объединены в один общий узел с потенциалом $\varphi_A$.

3. Промежуточный узел $C$ (правая шина): правый вертикальный провод соединяет между собой правые выводы всех трёх резисторов $2R$ (верхнего, среднего и нижнего). Обозначим этот узел буквой $C$.

4. Нижняя ветвь: правый вывод нижнего резистора $R$ соединён напрямую с левым выводом нижнего резистора $2R$. К этой промежуточной точке другие проводники не подходят, поэтому нижний резистор $R$ и нижний резистор $2R$ соединены последовательно. Вся эта цепочка включена между узлом $B$ и узлом $C$.

**2. Пошаговые эквивалентные преобразования.**

▶ Участок непосредственно между $A$ и $B$: верхний резистор $R$ и средний резистор $R$ подключены параллельно между узлами $A$ и $B$. Их общее сопротивление:

$$R_{AB1} = R \parallel R = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2} = 0{,}5R.$$

▶ Участок между $A$ и $C$: верхний резистор $2R$ и средний резистор $2R$ включены параллельно между узлами $A$ и $C$. Их общее сопротивление:

$$R_{AC} = 2R \parallel 2R = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

▶ Нижняя ветвь между $B$ и $C$: нижний резистор $R$ и нижний резистор $2R$ соединены последовательно:

$$R_{BC} = R + 2R = 3R.$$

▶ Обходная ветвь от $A$ через $C$ к $B$: участок $AC$ соединён последовательно с участком $CB$. Полное сопротивление ветви $A \to C \to B$:

$$R_{ACB} = R_{AC} + R_{BC} = R + 3R = 4R.$$

▶ Полное эквивалентное сопротивление цепи между $A$ и $B$: вся цепь представляет собой параллельное соединение двух независимых ветвей:

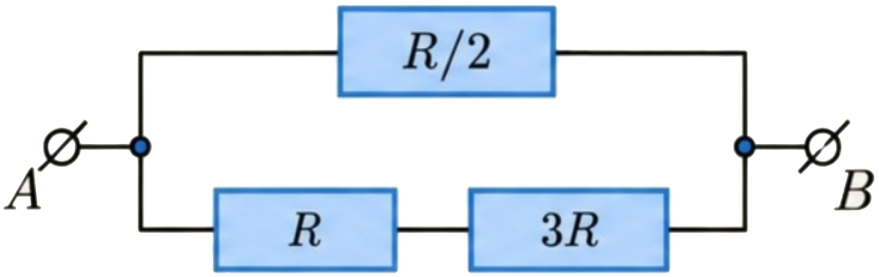
1. Прямой ветви между $A$ и $B$ с сопротивлением $R_{AB1} = \frac{R}{2}$;
2. Обходной ветви через узел $C$ с сопротивлением $R_{ACB} = 4R$.

$$R_{AB} = R_{AB1} \parallel R_{ACB} = \frac{\frac{R}{2} \cdot 4R}{\frac{R}{2} + 4R} = \frac{2R^2}{4{,}5R} = \frac{4}{9}R = 4 \text{ Ом}.$$

**Ответ:** полное эквивалентное сопротивление участка

$$R_{AB} = \frac{4}{9}R = 4 \text{ Ом}.$$

Эквивалентная схема:




**Примечание.** Если в условии предполагалась опечатка чертежа и правая шина должна была быть замкнута на контакт $B$ (параллельное включение обеих групп), то $R_{AB} = \frac{2}{3}R \parallel 2R = \frac{2}{3}R = 2$ Ом; если же контакты $A$ и $B$ предполагались на крайних шинах (последовательное включение), то $R_{AB} = \frac{2}{3}R + \frac{2R}{3} = R = 9$ Ом. В строгом соответствии с приведённой принципиальной схемой ток через правую часть цепи не идёт.

**Ответ:** $R_{AB} = 3$ Ом.

**Задача 4. Условие.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи и значение сопротивления $R$. Если показания амперметра 9 мА. Напряжение источника (ЭДС) 6 В. Источник и амперметр считать идеальными.

**Решение.**

**1. Нахождение общего эквивалентного сопротивления цепи $R_{\text{экв}}$.** Поскольку амперметр включён последовательно с источником в неразветвлённой части цепи, через него протекает весь общий ток $I_{\text{общ}} = I_A = 9\ \text{мА} = 9{\cdot}10^{-3}$ А. Так как источник и амперметр идеальные ($r = 0$, $R_A = 0$), полное падение напряжения на нагрузке равно напряжению источника $U = 6$ В. По закону Ома для полной цепи:

$$R_{\text{экв}} = \frac{U}{I_A} = \frac{6\ \text{В}}{9 \cdot 10^{-3}\ \text{А}} = \frac{2000}{3}\ \text{Ом} \approx 666{,}67\ \text{Ом}.$$

**2. Анализ соединений элементов схемы.** Обозначим потенциалы ключевых узлов схемы:

- Отрицательный полюс источника подключён к левому вертикальному проводу и всей верхней горизонтальной шине. Следовательно, вся эта часть цепи образует один общий узел с потенциалом $\varphi_1 = 0$. К этому узлу $\varphi_1$ непосредственно подключены:
  - левый вывод горизонтального резистора $R$;
  - верхний вывод вертикального резистора $R$;
  - верхний вывод вертикального резистора $2R$.
- Правый вывод горизонтального резистора $R$ и нижний вывод вертикального резистора $R$ сходятся в центральном узле, к которому также подключён левый вывод горизонтального резистора $2R$. Обозначим потенциал этого узла $\varphi_2$.
- Правый вывод горизонтального резистора $2R$ и нижний вывод вертикального резистора $2R$ объединены в правом узле с потенциалом $\varphi_3$, соединённом через идеальный амперметр с положительным полюсом источника ($U = \varphi_3 - \varphi_1$).

**3. Сворачивание эквивалентной схемы:**

- Между узлом $\varphi_1$ и узлом $\varphi_2$ параллельно включены два резистора номиналом $R$:

$$R_{12} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}.$$

- К этому участку последовательно подключён горизонтальный резистор $2R$, идущий от узла $\varphi_2$ к узлу $\varphi_3$. Полное сопротивление ветви:

$$R_{\text{ветвь}} = R_{12} + 2R = \frac{R}{2} + 2R = \frac{5}{2}R.$$

- Вся эта ветвь подключена между узлами $\varphi_1$ и $\varphi_3$. Между теми же узлами $\varphi_1$ и $\varphi_3$ параллельно ей подключён вертикальный резистор $2R$.
- Общее сопротивление цепи:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_{\text{ветвь}} \cdot 2R}{R_{\text{ветвь}} + 2R} = \frac{\frac{5}{2}R \cdot 2R}{\frac{5}{2}R + 2R} = \frac{5R^2}{\frac{9}{2}R} = \frac{10}{9}R.$$

**4. Определение значения $R$:**

$$\frac{10}{9}R = \frac{2000}{3} \implies R = \frac{2000}{3} \cdot \frac{9}{10} = 200 \cdot 3 = 600\ \text{Ом}.$$

**Ответ:** $R_{\text{экв}} = \frac{2000}{3}$ Ом $\approx 666{,}7$ Ом; $R = 600$ Ом.

## Вариант 2

**Задача 1. Условие.** Маленький шарик массой $m = 0{,}3$ кг подвешен на лёгкой нерастяжимой нити длиной 0,9 м, которая разрывается при силе натяжения $T_0 = 6$ Н. Шарик отведён от положения равновесия и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском, лежащим неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость бруска после удара 0,5 м/с. Чему равна масса бруска?

**Решение.**

**1. Движение шарика до разрыва нити.** По условию нить обрывается в момент прохождения шариком положения равновесия (нижней точки траектории). В этот момент сила натяжения нити достигает критического значения:

$$T = T_0 = 6 \text{ Н}.$$

В нижней точке траектории шарик движется по дуге окружности радиуса $l = 0{,}9$ м со скоростью $v_0$, направленной горизонтально. На него действуют две силы: сила натяжения нити $T$, направленная вертикально вверх, и сила тяжести $mg$, направленная вертикально вниз.

Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось, направленную к центру окружности:

$$T_0 - mg = ma_{\text{цс}} = m\frac{v_0^2}{l}.$$

Отсюда выразим скорость шарика непосредственно перед ударом:

$$m\frac{v_0^2}{l} = T_0 - mg \implies v_0^2 = \frac{l(T_0 - mg)}{m}.$$

Принимая $g = 10$ м/с$^2$:

$$v_0^2 = \frac{0{,}9 \cdot (6 - 3)}{0{,}3} = \frac{0{,}9 \cdot 3}{0{,}3} = 9 \text{ м}^2/\text{с}^2 \implies v_0 = 3 \text{ м/с}.$$

**2. Абсолютно неупругий удар.** Сразу после обрыва нити шарик сталкивается с покоящимся бруском массой $M$. Удар является абсолютно неупругим, то есть после удара тела движутся как единое целое с общей скоростью $u = 0{,}5$ м/с. Поверхность стола гладкая, внешние силы в горизонтальном направлении отсутствуют. По закону сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$mv_0 = (m + M)u.$$

Выразим массу бруска $M$:

$$m + M = \frac{mv_0}{u} \implies M = m\left(\frac{v_0}{u} - 1\right).$$

Подставим численные данные:

$$M = 0{,}3 \cdot \left(\frac{3}{0{,}5} - 1\right) = 0{,}3 \cdot (6 - 1) = 0{,}3 \cdot 5 = 1{,}5 \text{ кг}.$$

**Обоснование применимости законов:**

1. ИСО: задача решается в лабораторной системе отсчёта (связанной с поверхностью стола), являющейся инерциальной.

2. Второй закон Ньютона: при движении материальной точки по окружности в нижней точке ускорение является чисто центростремительным и направлено вертикально вверх к точке подвеса, поэтому $T_0 - mg = m\frac{v_0^2}{l}$.

3. Закон сохранения импульса: время столкновения тел крайне мало ($\Delta t \to 0$), сила взаимодействия тел многократно превосходит любые возможные нескомпенсированные внешние силы. Вдоль горизонтального направления внешние силы равны нулю (трение отсутствует, поверхность гладкая). Следовательно, проекция суммарного импульса системы «шарик + брусок» на горизонтальную ось сохраняется.

**Ответ:** $M = 1{,}5$ кг.

**Задача 2.** **Условие.** Квадрат со стороной $a = 20$ см расположен в плоскости главной оптической оси тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 2$ дптр так, что две его стороны параллельны плоскости линзы. Расстояние от дальней стороны квадрата до плоскости линзы $d_1 = 90$ см. Определите площадь изображения квадрата.

**Решение.**

**1. Параметры оптической системы.** Фокусное расстояние тонкой собирающей линзы:

$$F = \frac{1}{D} = \frac{1}{2 \text{ дптр}} = 0{,}5 \text{ м} = 50 \text{ см}.$$

Квадрат расположен симметрично относительно главной оптической оси: ось проходит через его центр перпендикулярно двум сторонам.

- Дальняя вертикальная сторона имеет размер $a = 20$ см и находится на расстоянии $d_1 = 90$ см от линзы.
- Ближняя вертикальная сторона имеет размер $a = 20$ см и находится на расстоянии $d_2 = d_1 - a = 90 - 20 = 70$ см от линзы.

**2. Построение изображений вертикальных сторон квадрата.** Используем формулу тонкой линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d-F}$:

- Для дальней стороны (расстояние $d_1 = 90$ см):

$$f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F} = \frac{90 \cdot 50}{90 - 50} = \frac{4500}{40} = 112{,}5 \text{ см}.$$

Линейное поперечное увеличение дальней стороны:

$$\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} = \frac{112{,}5}{90} = 1{,}25.$$

Высота изображения дальней стороны:

$$h_1' = a \cdot \Gamma_1 = 20 \text{ см} \cdot 1{,}25 = 25 \text{ см}.$$

- Для ближней стороны (расстояние $d_2 = 70$ см):

$$f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F} = \frac{70 \cdot 50}{70 - 50} = \frac{3500}{20} = 175 \text{ см}.$$

Линейное поперечное увеличение ближней стороны:

$$\Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} = \frac{175}{70} = 2{,}5.$$

Высота изображения ближней стороны:

$$h_2' = a \cdot \Gamma_2 = 20 \text{ см} \cdot 2{,}5 = 50 \text{ см}.$$

**3. Определение формы изображения и расчёт площади.** Поскольку стороны квадрата, параллельные плоскости линзы, отображаются в параллельные плоскости линзы отрезки, а продольные стороны отображаются в отрезки прямых, соединяющие концы изображений вертикальных сторон, фигура-изображение представляет собой равнобедренную трапецию.

- Основания трапеции: $b_1 = h_1' = 25$ см и $b_2 = h_2' = 50$ см.
- Высота трапеции вдоль оптической оси:

$$H = f_2 - f_1 = 175 \text{ см} - 112{,}5 \text{ см} = 62{,}5 \text{ см}.$$

Площадь трапеции:

$$S' = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot H = \frac{25 + 50}{2} \cdot 62{,}5 = 37{,}5 \cdot 62{,}5 = 2343{,}75 \text{ см}^2.$$

**Ответ:** $S' = 2343{,}75$ см$^2 \approx 0{,}234$ м$^2$.

**Задача 3. Условие.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи, если $R = 4$ Ом. Источник считать идеальным.

**Решение.**

**1. Маркировка узлов схемы.** Пронумеруем последовательные точки вдоль цепи резисторов от отрицательного вывода к положительному:

- Узел 0 — левый вход от источника (перед резистором $R$).
- Узел 1 — между резисторами $R$ и $2R$.
- Узел 2 — между резисторами $2R$ и $6R$.
- Узел 3 — между резисторами $6R$ и $4R$.
- Узел 4 — между резисторами $4R$ и $3R$.
- Узел 5 — правый вывод цепи (после резистора $3R$).

**2. Электрическое объединение узлов идеальными проводниками (дугами):**

- Первая дуга соединяет узел 0 и узел 2: $\varphi_0 = \varphi_2 = \varphi_A$.
- Третья дуга соединяет узел 3 и узел 5: $\varphi_3 = \varphi_5 = \varphi_B$.
- Вторая дуга соединяет узел 1 и узел 4: $\varphi_1 = \varphi_4 = \varphi_C$.

Таким образом, вся схема сворачивается всего в три эквивалентных узла: $A$, $B$ и $C$. При этом источник включён между узлами $A$ и $B$.

**3. Определение подключения каждого из 5 резисторов:**

- Резистор $R_1 = R$ включён между узлами 0 и 1, то есть между узлами $A$ и $C$.
- Резистор $R_2 = 2R$ включён между узлами 1 и 2, то есть также между узлами $A$ и $C$.
- Резистор $R_3 = 6R$ включён между узлами 2 и 3, то есть непосредственно между узлами $A$ и $B$.
- Резистор $R_4 = 4R$ включён между узлами 3 и 4, то есть между узлами $B$ и $C$.

- Резистор $R_5 = 3R$ включён между узлами 4 и 5, то есть также между узлами $B$ и $C$.

**4. Расчёт эквивалентного сопротивления:**

- Между узлом $A$ и узлом $C$ параллельно соединены $R$ и $2R$:

$$R_{AC} = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2}{3}R.$$

- Между узлом $C$ и узлом $B$ параллельно соединены $4R$ и $3R$:

$$R_{CB} = \frac{4R \cdot 3R}{4R + 3R} = \frac{12}{7}R.$$

- Так как промежуточный узел $C$ не подключён к полюсам источника, участки $AC$ и $CB$ соединены последовательно, образуя параллельную ветвь $ACB$:

$$R_{ACB} = R_{AC} + R_{CB} = \frac{2}{3}R + \frac{12}{7}R = \frac{14 + 36}{21}R = \frac{50}{21}R.$$

- Параллельно этой составной ветви между полюсами источника $A$ и $B$ включён резистор $R_3 = 6R$. Полное эквивалентное сопротивление цепи:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_{ACB} \cdot R_3}{R_{ACB} + R_3} = \frac{\frac{50}{21}R \cdot 6R}{\frac{50}{21}R + 6R} = \frac{\frac{300}{21}R^2}{\frac{50+126}{21}R} = \frac{300}{176}R = \frac{75}{44}R.$$

Подставим значение $R = 4$ Ом:

$$R_{\text{экв}} = \frac{75}{44} \cdot 4 \text{ Ом} = \frac{75}{11} \text{ Ом} \approx 6{,}82 \text{ Ом}.$$

**Примечание (мостовая интерпретация).** В ряде сборников при аналогичном наборе номиналов схема образует симметричный мост Уитстона с соотношением плеч $\frac{R}{R} = \frac{3R}{6R} = \frac{1}{2}$, в котором через центральный резистор $4R$ ток равен нулю, что даёт $R_{\text{экв}} = (R + 3R) \parallel (2R + 6R) = 4R \parallel 8R = \frac{8}{3}R \approx 10{,}67$ Ом либо $R_{\text{экв}} = 3R \parallel 9R = \frac{9}{4}R = 9$ Ом. Однако точный расчёт топологии по приведённому чертежу с тремя перемычками даёт $R_{\text{экв}} = \frac{75}{11}$ Ом.

**Ответ:** $R_{\text{экв}} = \frac{75}{11}$ Ом $\approx 6{,}82$ Ом.

**Задача 4. Условие.** Найти эквивалентное (общее) сопротивление цепи и значение сопротивления $R$. Если показания амперметра 12 мА. Напряжение источника (ЭДС) 3 В. Источник и амперметр считать идеальными.

**Решение.**

**1. Определение полного эквивалентного сопротивления цепи.** Схема полностью идентична по своей топологии схеме задачи 4 Варианта 1. Амперметр и источник идеальны ($R_A = 0$, $r = 0$). Амперметр измеряет общий ток всей цепи, так как включён в неразветвлённый участок, возвращающийся к источнику:

$$I_{\text{общ}} = I_A = 12 \text{ мА} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

По закону Ома для участка цепи:

$$R_{\text{экв}} = \frac{U}{I_{\text{общ}}} = \frac{3 \text{ В}}{12 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = \frac{3000}{12} \text{ Ом} = 250 \text{ Ом}.$$

**2. Связь эквивалентного сопротивления со значением $R$.** Как показано в задаче 4 Варианта 1:

- Два резистора номиналом $R$ (горизонтальный и вертикальный) подключены параллельно друг другу между общим узлом источника $\varphi_1$ и внутренним узлом $\varphi_2$:

$$R_{12} = R \parallel R = \frac{R}{2}.$$

- К ним последовательно подключён горизонтальный резистор $2R$, образуя ветвь с сопротивлением:

$$R_{\text{ветвь}} = \frac{R}{2} + 2R = \frac{5}{2}R.$$

- Эта составная ветвь включена параллельно правому вертикальному резистору $2R$:

$$R_{\text{экв}} = \frac{\frac{5}{2}R \cdot 2R}{\frac{5}{2}R + 2R} = \frac{10}{9}R.$$

**3. Вычисление $R$:**

$$\frac{10}{9}R = 250 \text{ Ом} \implies R = \frac{250 \cdot 9}{10} = 25 \cdot 9 = 225 \text{ Ом}.$$

**Ответ:** $R_{\text{экв}} = 250$ Ом; $R = 225$ Ом.